

# **CZĘŚĆ MATEMATYCZNO –PRZYRODNICZA**

## **MATEMATYKA**

### **1.OPIS ARKUSZA STANDARDOWEGO**

W części matematyczno-przyrodniczej egzaminu gimnazjalnego uczniowie(słuchacze) rozwiązują standardowy zestaw zadań egzaminacyjnych z zakresu matematyki oraz standardowy zestaw zadań egzaminacyjnych z zakresu przedmiotów przyrodniczych: biologii, chemii, fizyki i geografii.

Egzamin gimnazjalny w części matematyczno-przyrodniczej sprawdza, w jakim stopniu trzecioklasista spełnia wymagania z zakresu matematyki oraz przedmiotów przyrodniczych określone w podstawach programowych kształcenia ogólnego dla III etapu edukacyjnego. Poszczególne zadania zestawu egzaminacyjnego, zgodnie z zasadą kumulatywności, mogą też odnosić się do wymagań przypisanych do etapów wcześniejszych (I i II).

Zadania z matematyki mają formę zamkniętą i otwartą. W zestawie egzaminacyjnym z matematyki jest więcej zadań sprawdzających rozumienie pojęć matematycznych oraz umiejętność dobierania własnych strategii matematycznych do nietypowych warunków, natomiast jest mniej zadań sprawdzających znajomość algorytmów i umiejętność posługiwania się nimi w typowych zastosowaniach.

Uczniowie bez dysfunkcji oraz uczniowie z dysleksją rozwojową rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu GM-M1-192.

Arkusz zawierał 23 zadania: 20 zamkniętych i 3 otwarte. Dominowały zadania wyboru wielokrotnego, w których uczeń wybierał jedną z podanych odpowiedzi. W sześciu zadaniach typu prawda-falsz należało ocenić prawdziwość podanych zdań. Zadania otwarte wymagały od gimnazjalistów samodzielnego sformułowania rozwiązania. W zadaniach wykorzystano rysunki i wykresy.

Na egzaminie z zakresu matematyki sprawdzano spełnienie przez trzecioklasistów następujących wymagań ogólnych określonych w podstawie programowej z matematyki dla II i III etapu edukacyjnego:

- wykorzystanie i tworzenie informacji (I);
- wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji (II);
- modelowanie matematyczne (III);
- użycie i tworzenie strategii (IV);
- rozumowanie i argumentacja (V).

Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można było uzyskać 29 punktów.

## 2. OGÓLNE WYNIKI UCZNIÓW ( SŁUCHACZY ) Z EGZAMINU Z ZAKRESU PRZEDMIOTU MATEMATYKA

Wyniki egzaminu gimnazjalnego 2019 (sesja kwietniowa)

Część matematyczno-przyrodnicza - arkusz standardowy

Część matematyczno-przyrodnicza - arkusz standardowy

Lokalizacja	Przyroda			Matematyka		
	Liczba zdających	Rozstęp	Średni wynik	Liczba zdających	Rozstęp	Średni wynik
<b>Województwo</b>	36189	4% - 100%	48.6%	36196	0% - 100%	41.3%
<b>Powiat</b>	642	11% - 100%	49.7%	642	3% - 100%	41.1%
<b>Gmina</b>	59	18% - 86%	44.1%	59	3% - 83%	32.3%
<b>Szkoła</b>	45	18% - 86%	44.7%	45	3% - 83%	31.4%
<b>A</b>	24	18% - 86%	42.7%	24	3% - 79%	31.2%
<b>B</b>	21	32% - 79%	46.9%	21	3% - 83%	31.7%

### Matematyka

Szkoła na skali staninowej średnich wyników szkół

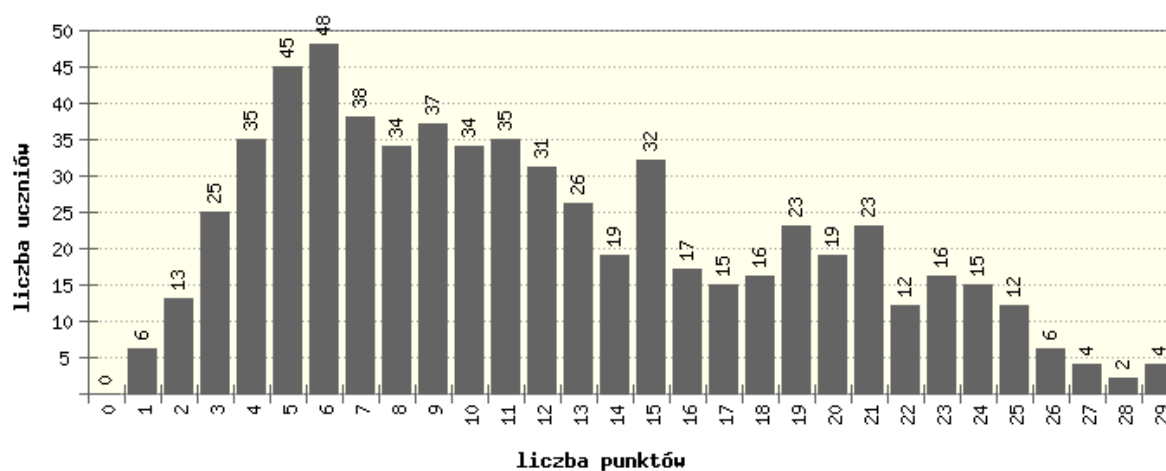
nr stanina	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
nazwa stanina	najniższy	bardzo niski	niski	niżej średni	średni	wyżej średni	wysoki	bardzo wysoki	najwyższy
przedziały %	11% - 18%	19% - 27%	28% - 32%	33% - 37%	38% - 42%	43% - 47%	48% - 55%	56% - 66%	67% - 94%
szkoła			X						

Wyniki uczniów na znormalizowanej skali staninowej

Nazwy staninów	Najniższy	Bardzo niski	Niski	Niżej średni	Średni	Wyżej średni	Wysoki	Bardzo wysoki	Najwyższy
Skala	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Przedziały pkt. dla kraju	0-7	10-14	17-21	24-31	34-45	48-62	66-76	79-86	90-100
Teoret.	4%	7%	12%	17%	20%	17%	12%	7%	4%

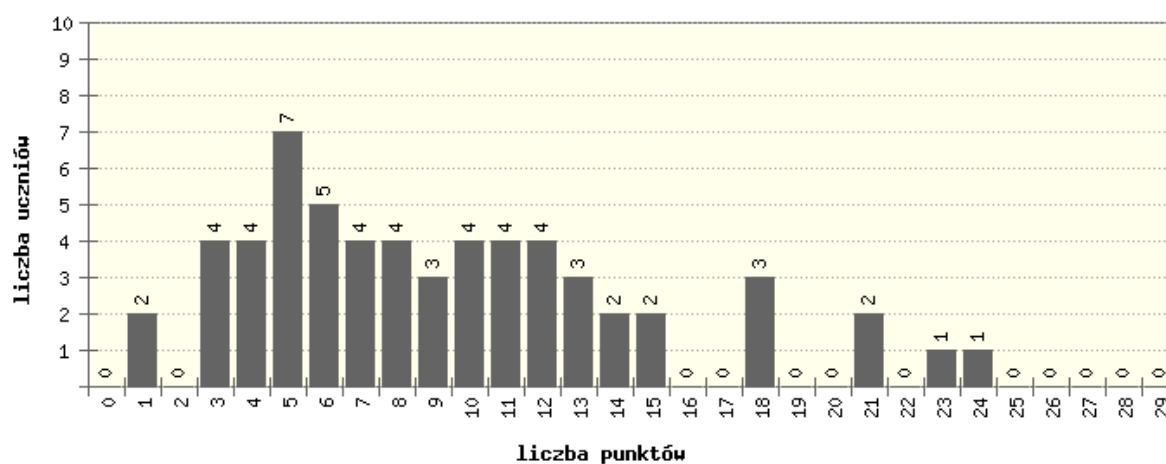
Powiat	3.0%	9.3%	14.5%	17.0%	19.6%	15.4%	12.0%	6.7%	2.5%
Gmina	3.4%	13.6%	20.3%	18.6%	25.4%	11.9%	3.4%	3.4%	0.0%
Szkola	4.4%	17.8%	17.8%	17.8%	24.4%	11.1%	2.2%	4.4%	0.0%
A	4.2%	25.0%	8.3%	20.8%	20.8%	12.5%	4.2%	4.2%	0.0%
B	4.8%	9.5%	28.6%	14.3%	28.6%	9.5%	0.0%	4.8%	0.0%

### Rozkład punktów - Matematyka - arkusz standardowy - powiat

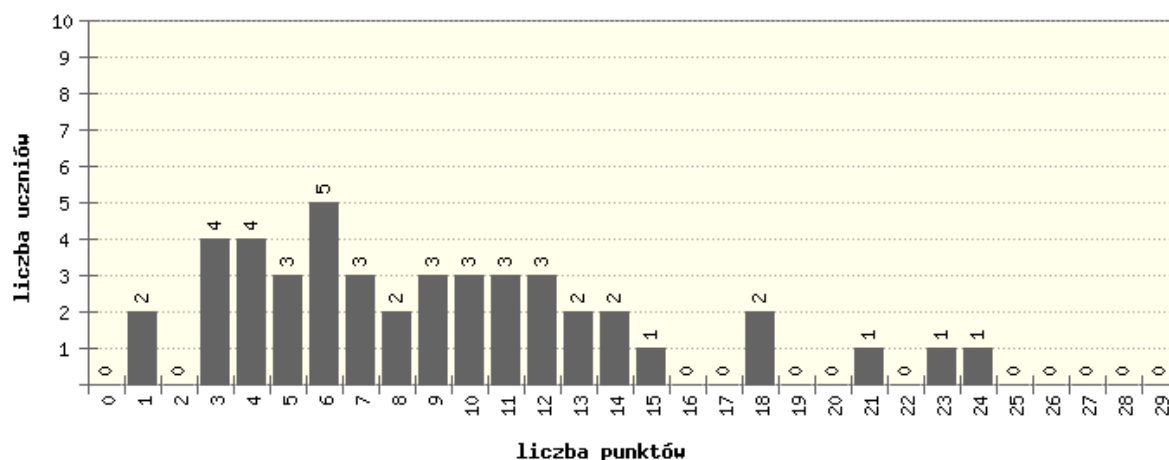


Ro

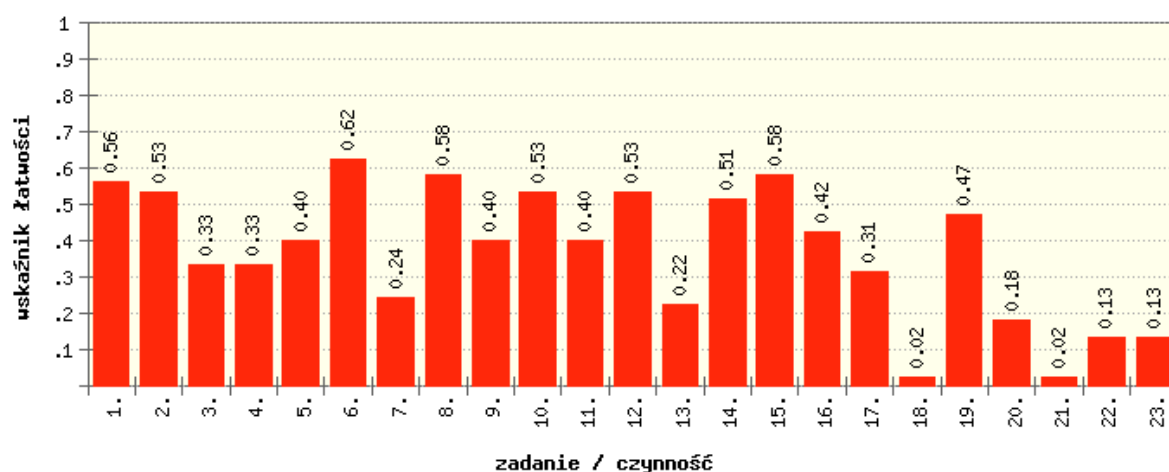
### zkład punktów - Matematyka - arkusz standardowy - gmina



## Rozkład punktów - Matematyka - arkusz standardowy - szkoła



## Łatwość czynności - Matematyka - arkusz standardowy – szkoła



## Wyniki uczniów dotyczące standardowego zestawu zadań egzaminacyjnych.

Podstawowe wskaźniki statystyczne wyników egzaminu z matematyki osiągnięte przez trzecioklasistów w naszej szkole zostały podane w poniższej tabeli.

Wskaźniki	szkoła	klasa	
		A	B
Liczba uczniów	45	24	21
Łatwość zestawu	0,314	0,312	0,317
Liczba punktów możliwych do uzyskania	29	29	29

Wynik najczęstszy (modalna-Me)	6	3;7	6
Wynik środkowy (mediana-Me)	8	8	9
Wynik średni (średnia arytmetyczna-M)	9,13	9,1	9,19
Wynik najwyższy uzyskany przez uczniów	24	23	24
Wynik najniższy uzyskany przez uczniów	1	1	1

Dla uczniów( słuchaczy) standardowy zestaw zadań egzaminacyjnych z części matematycznej okazał się **trudny**.

Wynik maksymalny uzyskało 0 uczniów(słuchaczy), tj.0 zdających, natomiast wynik minimalny 0 osób zdających. Najwięcej 24 punkty z egzaminu uzyskała 1 osoba (2,2%), najmniej 1 punkt - uzyskały 2osoby(4.4 %).

Średni wynik za test 2019	Wynik w punktach/procentach		
	szkoła	powiat	województwo
Matematyka	31,4%	41.1%	41.3%

Wskaźnik łatwości dla całego zestawu wyniósł **0,31** co oznacza , że zestaw zadań egzaminacyjnych był dla piszących **trudny**.

W naszej szkole modalna wyniosła 6 punktów. Wynik środkowy(mediana) wyniósł 8 punktów co, oznacza, że co najmniej połowa piszących uzyskała 8 punktów i więcej. Średni wynik to 9 punktów. Maksymalny wynik uzyskany na egzaminie w naszej szkole to 24 punkty, uzyskała go jedna osoba. Najniższy wynik to 1 punkt, uzyskały go dwie osoby.

### **Wyniki uczniów(słuchaczy) z poszczególnych zadań standardowego zestawu egzaminacyjnego z zakresu matematyki.**

W tabelach przedstawiono wskaźnik łatwości zadań standardowego zestawu egzaminacyjnego z części przyrodniczej. Porównywana jest łatwość konkretnych zadań ze średnią łatwością w powiecie i gminie, co pozwala stwierdzić, które umiejętności wypadają w naszej szkole lepiej, a które gorzej.

Tabela. **Wskaźnik łatwości zadań standardowego zestawu egzaminacyjnego-szkoła**

Wartość wskaźnika		0,00-0,19	0,20-0,49	0,50-0,69	0,70-0,89	0,90-1,00
Interpretacja		bardzo trudne	trudne	umiarkowanie trudne	łatwe	bardzo łatwe
Numery zadań	zamknięte	<b>18;20;</b>	<b>3;4; 5; 7; 9; 11; 13; 16; 17; 19</b>	<b>1; 2; 6; 8;10;12;14;15;</b>		
	otwarte	<b>21;22;23</b>				

Tabela. **Wskaźnik łatwości zadań standardowego zestawu egzaminacyjnego-gmina**

Wartość wskaźnika		0,00-0,19	0,20-0,49	0,50-0,69	0,70-0,89	0,90-1,00
Interpretacja		bardzo trudne	trudne	umiarkowanie trudne	łatwe	bardzo łatwe
Numery zadań	zamknięte	18	<b>2; 3;4; 5; 7; 9; 11; 13; 16; 17; 19; 20;</b>	<b>1; 6; 8; 10; 12;14;15;</b>		
	otwarte	<b>21;22;23</b>				

Tabela. **Wskaźnik łatwości zadań standardowego zestawu egzaminacyjnego-powiat**

Wartość wskaźnika		0,00-0,19	0,20-0,49	0,50-0,69	0,70-0,89	0,90-1,00
Interpretacja		bardzo trudne	trudne	umiarkowanie trudne	łatwe	bardzo łatwe
Numery zadań	zamknięte	<b>18;</b>	<b>2;3;4;5; 9; 13; 17; 20;</b>	<b>1; 6; 7;8;10; 11; 12; 14; 15;16; 19;</b>		
	otwarte	<b>21;</b>	<b>22;23;</b>			

Dla uczniów naszej szkoły **bardzo trudnym zadaniem** okazało się zadania **21;22;23 z zadań** otwartych oraz zadanie 18 należące do zadań otwartych.

**Wartości wskaźnika łatwości zadań standardowego zestawu egzaminacyjnego z matematyki z uwzględnieniem wymagań ogólnych i szczegółowych.**

Tabela Poziom wykonania zadań

Numer zadania	Wymagania ogólne zapisane w podstawie programowej	Wymagania szczegółowe zapisane w podstawie programowej	Poziom wykonania zadania
1.	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji [...]	0,56
2.	I. Wykorzystanie i tworzenie Informacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń [...].	0,53
3.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej.	0,33
4.	III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].	0,33
5.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).	0,40
6.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	7. Równania. Uczeń: 5) sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi	0,62
7.	II. Wykorzystywanie I interpretowanie reprezentacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 2) wyłącza czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka.	0,24
8.	III .Modelowanie matematyczne.	5. Procenty. Uczeń: 3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu.	0,58
9.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	3. Potęgi. Uczeń: 1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100.	0,40
10.	IV. Użycie i tworzenie strategii.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych.	0,53
11.	I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do	0,40

		rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].	
12.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 8) korzysta z własności kątów [...] w trapezach.	0,53
13.	I. Wykorzystanie i tworzenie Informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 5) oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem i zaznacza punkty należące do jej wykresu.	0,22
14.	V. Rozumowanie i argumentacja.	5. Procenty. Uczeń: 1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent [...] tej wielkości i odwrotnie; 2) oblicza procent danej liczby.	0,51
15.	III. Modelowanie matematyczne.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami; 5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne.	0,58
16.	II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa.	0,42
17.	IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 6) oblicza pole koła, pierścienia kołowego, wycinka kołowego.	0,31
18.	III. Modelowanie matematyczne.	10. Figury płaskie. Uczeń: 13) rozpoznaje wielokąty [...] podobne; 9) oblicza [...] obwody [...] czworokątów.	0,02
19.	III. Modelowanie matematyczne.	11. Bryły. Uczeń: 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe.	0,47
20.	IV. Użycie i tworzenie strategii.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni [...] graniastosłupa prostego [...], (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).	0,18
21.	V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności; 21) konstruuje okrąg [...] wpisany w trójkąt.	0,02
22.	III. Modelowanie matematyczne.	7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.	0,13
23.	IV. Użycie i tworzenie strategii.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego [...] (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).	0,13



## **Średnie wyniki uczniów w zakresie wymagań ogólnych**

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji – 43% opanowania

II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji – 42% opanowania

III. Modelowanie matematyczne – 35% opanowania

IV. Użycie i tworzenie strategii – 31% opanowania

V. Rozumowanie i argumentacja- 30% opanowania

## **Komentarz i wnioski**

Egzamin gimnazjalny w części matematyczno-przyrodniczej z zakresu matematyki badał poziom opanowania –przez zdających –umiejętności zapisanych w podstawie programowej z matematyki dla II i III etapu edukacyjnego.

Zestaw egzaminacyjny składał się z 23 zadań. Najliczniejszą grupę stanowiły zadania trudne - 10 zadań i umiarkowanie trudne - 8 zadań. Pięć zadań okazało się dla zdających bardzo trudne.

W zestawie zadań najłatwiejsze dla zdających okazały się –tradycyjnie –zadania odnoszące się do *I wymagania ogólnego czyli wykorzystania i tworzenia informacji*. Zdający uzyskali za rozwiązanie zadań z tego zakresu średnio 43% punktów możliwych do zdobycia.

Zadanie 1 polegające na odczytaniu i zinterpretowaniu informacji przedstawionej za pomocą wykresu funkcji opisującej zjawisko występujące w życiu codziennym, było zadaniem umiarkowanie trudnym. Za jego rozwiązanie uczniowie uzyskali 56% punktów możliwych do zdobycia.

Za rozwiązanie zadania 2, w którym należało wykonać proste obliczenia na liczbach wymiernych zapisanych w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń, uczniowie uzyskali średnio 53% punktów możliwych do zdobycia. Zadanie to , dla uczniów było zadaniem umiarkowanie trudnym.

Zadania sprawdzające umiejętność wykorzystania i tworzenia informacji: 11 i 13 – były zadaniami trudnymi. W zadaniu 11. należało zastosować obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązania problemu w kontekście praktycznym: jak sposób ustawienia stolików wpływa na możliwość uzyskania określonej liczby miejsc siedzących. Poziom wykonania tego zadania to 40%. W zadaniu 13 informacje potrzebne do jego rozwiązania przedstawiono w układzie współrzędnych. Należało odczytać współrzędne trzech punktów i sprawdzić, które z nich należą do wykresu funkcji zdefiniowanej wzorem. Poziom wykonania tego zadania to o 22%.

Wśród zadań sprawdzających wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji zadania 3, 5, 7, 9 i 16 okazały się trudne, natomiast pozostałe – 6 i 12 – były zadaniami umiarkowanie trudnymi. Zdający za rozwiązanie zadań z tego obszaru uzyskali średnio 42% punktów możliwych do zdobycia. W zadaniu 3. należało wykazać się umiejętnością obliczania odległości między dwiema liczbami na osi liczbowej w celu ustalenia długości odcinka (poziom wykonania 33%). Z zadanie 9 dotyczącym obliczania wartości wyrażeń, w których występowała potęga liczby 10 o wykładniku naturalnym i poprawnego wskazania wśród nich liczb podzielnych przez 3 poradziło sobie 40% gimnazjalistów. Oznacza to, że mniej niż połowa zdających poradziła sobie z Trudniejsze okazało się zadanie 7, sprawdzało umiejętność wyłączania czynnika przed znak pierwiastka lub włączania czynnika pod znak pierwiastka – poziom wykonania 24%. W zadaniu 12 do oceny informacji dotyczącej własności trapezu równoramienne, należało wykorzystać twierdzenie Pitagorasa i własności kątów w trapezie, a z kolei w zadaniu 16 twierdzenie Pitagorasa posłużyło do ustalenia długości jednej z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego w celu obliczenia pola kwadratu zbudowanego na tej przyprostokątnej. Te dwa zadania poprawnie rozwiązało odpowiednio 62% i 53% zdających.

Pięć zadań zamkniętych (5, 8, 15, 18 i 19) i jedno zadanie otwarte (22) odnosiły się do III wymagania ogólnego – *Modelowanie matematyczne*. Zdający za rozwiązanie zadań z tego obszaru uzyskali średnio 35% punktów możliwych do zdobycia. Najłatwiejsze dla trzecioklasistów zadania okazały się zadania 8 i 15 (poziom wykonania 58%) osadzone w kontekście praktycznym. Poprawne rozwiązanie zadania 8 polegało na obliczeniu ilości wody, którą był wypełniony zbiornik po dolaniu do niego 12 litrów wody. Gimnazjaliści musieli wykazać się umiejętnością obliczania liczby na podstawie danego jej procentu. Rozwiązując zadanie 15 należało ustalić, jaka część kwadratu została zacieniowana, a następnie obliczyć pole tej części kwadratu. Zadanie 19 (poziom wykonania 47%) było najłatwiejszym zadaniem z zakresu geometrii przestrzennej. Jego rozwiązanie wymagało określenia liczby wierzchołków graniastosłupa i ostrosłupa o takich samych podstawach. Nieco trudniejsze okazało się zadanie 5, w którym gimnazjaliści stosowali obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązania problemu praktycznego. Umiejętnością poprawnej oceny zdania wykazało się 40% zdających. Najtrudniejszym zadaniem z zakresu modelowania matematycznego, które było zarazem najtrudniejszym zadaniem zamkniętym, okazało się zadanie 18. Aby je rozwiązać należało obliczyć wymiary jednego z dwóch prostokątów i otrzymane w ten sposób dane wykorzystać do oceny zdań dotyczących własności tych figur (poziom wykonania 2%). W zadaniu 22, które okazało się bardzo trudne (poziom wykonania 13%) należało zbudować model matematyczny opisujący praktyczną sytuację i odpowiedzieć na pytanie dotyczące liczebność dwóch klas trzecich. Rozwiązanie zadania wymagało uchwycenia związków między liczbą uczniów w tych klasach a liczbą miejsc na statku wycieczkowym.

W zestawie zadań najtrudniejsze dla zdających okazały się zadania odnoszące się do IV i V wymagania ogólnego, czyli odpowiednio użycia i tworzenia strategii oraz rozumowania i argumentacji. Za rozwiązanie zadań z zakresu *Użycie i tworzenie strategii* gimnazjaliści uzyskali średnio 31% punktów możliwych do zdobycia. Umiejętności z tego obszaru wymagań sprawdzane były za pomocą trzech zadań zamkniętych (10, 17 i 20) oraz jednego zadania otwartego (23). Spośród zadań zamkniętych z tego zakresu najłatwiejszym dla trzecioklasistów było zadanie 10. – poziom wykonania 53%. Jego rozwiązanie polegało na obliczeniu średniej arytmetycznej zestawu pięciu liczb podanych w treści zadania, a następnie wybraniu i dopisaniu do tego zestawu jeszcze jednej liczby (z czterech liczb podanych w odpowiedziach), takiej, aby średnia arytmetyczna zestawu zwiększyła się o 1. Trudnym dla gimnazjalistów było zadanie 17. – poziom wykonania 31%. Zadanie to sprawdzało umiejętności z zakresu geometrii płaskiej i wymagało obliczenia pola trójkąta prostokątnego, który był częścią, przedstawionego na rysunku, wycinka kołowego (ćwiartki koła). Aby obliczyć pole tego trójkąta zdający musieli wyznaczyć długości jego przyprostokątnych, czyli długość promienia koła na podstawie pola jego wycinka. W tej grupie zadań najtrudniejszym zadaniem zamkniętym było zadanie 20, które poprawnie rozwiązało 18% gimnazjalistów. Zadanie to badało umiejętności z geometrii przestrzennej i wymagało wyznaczenia długości krawędzi sześcianu o danej objętości, a następnie obliczenia pola powierzchni bryły, która powstała po usunięciu z tego sześcianu (w sposób opisany w zadaniu) kostki sześciennej o krawędzi 1 cm. Najczęściej wybierana błędna odpowiedź to  $54 \text{ cm}^2$ , czyli duża grupa gimnazjalistów uznała, że po usunięciu kostki pole powierzchni bryły nie zmieni się. Najtrudniejszym zadaniem z zakresu użycia i tworzenia strategii okazało się zadanie 23. Było to zadanie otwarte zawierające treści z geometrii płaskiej i przestrzennej. Za w pełni poprawne rozwiązanie tego zadania można było otrzymać 4 punkty - poziom wykonania zadania był równy 13%. Na zamieszczonym rysunku umieszczono fragment siatki graniastosłupa prawidłowego trójkątnego – jedną podstawę i jedną ścianę boczną. W treści zadania podano pola obu figur: trójkąta i prostokąta. Korzystając z tych danych uczniowie mieli obliczyć objętość graniastosłupa. Pierwszym krokiem koniecznym do rozwiązania problemu było obliczenie długości boku trójkąta równobocznego (krawędzi podstawy graniastosłupa). Kolejne kroki to: obliczenie drugiego boku prostokąta (wysokości graniastosłupa) oraz obliczenie objętości graniastosłupa o danej podstawie i obliczonej wysokości. Najczęstszą przyczyną niepowodzenia w tym zadaniu była nieznanomość wzoru na obliczanie pola trójkąta równobocznego, z którego należało skorzystać przy wyznaczaniu boku trójkąta. Uczniowie ponadto często stosowali niepoprawne wzory na obliczanie objętości graniastosłupa i popełniali błędy rachunkowe podczas wykonywania obliczeń.

Do V wymagania ogólnego, czyli rozumowania i argumentacji odnosiły się dwa zadania, w tym jedno zamknięte (14) i jedno otwarte (21). Za rozwiązanie zadań z tego obszaru uczniowie zdobyli 30% punktów możliwych do uzyskania.

Zadanie 14 było dla uczniów umiarkowanie trudne – poziom wykonania 51%. Zadanie dotyczyło obliczeń procentowych, a w szczególności przedstawienia części pewnej wielkości jako procentu tej wielkości i odwrotnie oraz obliczenia procentu danej liczby. Zadaniem uczniów było wybranie odpowiedzi TAK albo NIE i wskazanie właściwego uzasadnienia spośród trzech zaproponowanych. Bardzo trudnym zadaniem z geometrii płaskiej, które sprawdzało umiejętność z zakresu rozumowania i argumentacji, było zadanie 21 (poziom wykonania 2%). Rozwiązanie tego zadania polegało na uzasadnieniu tezy, że dwa wskazane trójkąty, które należą do wnętrza trójkąta równoramiennego, są przystające. W tym celu uczniowie musieli odwołać się do własności trójkąta równoramiennego i okręgu wpisanego w trójkąt. W przypadku zadań na uzasadnienie o sukcesie bądź porażce zdającego decyduje sposób argumentowania postawionej tezy. Znaczna grupa gimnazjalistów na ogół nie miała kłopotów ze wskazaniem odpowiednich par równych boków lub kątów trójkątów, których przystawanie należało uzasadnić. W swoich rozwiązaniach ograniczali się jednak do stwierdzenia, że odpowiednie odcinki czy kąty w trójkątach są równe i uznawali, że stanowi to uzasadnienie postawionej tezy lub przedstawiali niepełne uzasadnienie. Można sądzić, że w pewnym stopniu wynikało to z braku rozumienia znaczenia użytego w poleceniu słowa *uzasadnij*, które wymaga wyjaśniania faktów matematycznych przytaczanych jako argument.

### Wnioski

Średni wynik procentowy uzyskany przez gimnazjalistów na egzaminie z matematyki pozwala stwierdzić, w jakim stopniu uczniowie opanowali sprawdzane tymi zadaniami wiadomości i umiejętności.

Analiza poziomów wykonania zadań z poszczególnych działów matematyki wskazuje, że podobnie jak w latach poprzednich zadania tematycznie związane z arytmetyką są na ogół dla uczniów łatwiejsze niż zadania odnoszące się do geometrii.

Poziom wykonania zadań 2., 3., 4., 5. i 11., w których należało wykazać się umiejętnością stosowania obliczeń na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście zarówno przedmiotowym jak i praktycznym, wahał się od 33% do 53%, przy czym najtrudniejsze w tej grupie zadanie 3i 4 osadzone było w kontekście teoretycznym.

Obliczenia procentowe badane dwoma zadaniami zamkniętymi 8 i 14 okazały się umiarkowanie trudne. Warto zauważyć, że zadanie 8 osadzone w kontekście praktycznym było łatwiejsze niż zadanie 14 umieszczone w kontekście przedmiotowym. Podobnie było w przypadku zadań odnoszących się do wykresów funkcji: zadanie 1. (kontekst praktyczny) było łatwiejsze niż zadanie 13 (kontekst teoretyczny).

Zadanie zamknięte 6, którym badano umiejętność sprawdzania, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi i zadanie

otwarte 22, gdzie za pomocą równania lub układu równań należało opisać i rozwiązać problem osadzony w kontekście praktycznym, uzyskały bardzo zróżnicowane poziomy wykonania. W tym przypadku o trudności zadania nie zdecydował kontekst a złożoność zadania i umiejętność samodzielnego formułowania odpowiedzi przez zdających.

Wśród zadań odnoszących się do zagadnień z geometrii płaskiej (12, 16, 17, 18 i 21) najtrudniejsze okazały się: zadanie zamknięte 18 i zadanie otwarte 21 (poziom wykonania 2%), których rozwiązanie opierało się na umiejętności rozpoznawania wielokątów przystających lub podobnych. Okazało się, że zadanie te były dla uczniów najtrudniejsze. Warto zauważyć, że tworzenie samodzielnej wypowiedzi w zadaniu 21 wymagało opanowania wielu umiejętności złożonych, takich jak rozumowanie, argumentowanie i wnioskowanie. Na podstawie prac uczniów można stwierdzić, że poziom opanowania umiejętności pisania wypowiedzi argumentacyjnej okazał się niezadowalający.

Dwa z trzech zadań sprawdzających poziom opanowania umiejętności z zakresu geometrii przestrzennej (20 i 23) okazały się bardzo trudne, a jedno (19) umiarkowanie trudne. Wszystkie trzy zadania osadzone były w kontekście przedmiotowym. Okazało się, że uczniowie nie najlepiej radzą sobie z rozwiązywaniem problemów wymagających wyobraźni przestrzennej.

#### **Wnioski, które mogą być pomocne w planowaniu pracy dydaktycznej, to:**

- konieczność rozwiązywania zadań o różnym stopniu złożoności
- rozwiązywanie zadań, w których można lub trzeba stosować modele algebraiczne (w tym poszukiwanie różnych sposobów rozwiązania tego samego problemu)
- zwiększenie liczby ćwiczeń w przeprowadzaniu i zapisywaniu dowodów matematycznych (w tym – uświadamianie różnicy między przypadkiem szczególnym a dowodem)
- zwracanie uwagi na dokładną analizę treści zadania i polecenie
- systematyczne wzbogacanie zasobu wiedzy – czyli spełnienie warunku koniecznego dla efektywnego rozwiązywania większości zadań.